Über die Streuung von Elektronen an Protonen in zweiter Bornscher Näherung bei Einfallsenergien von etwa 100 MeV

Von Günther Meyer

Institut für Struktur der Materie der Universität Marburg

(Z. Naturforschg. **15 a**, 548 [1960]; eingegangen am 14. April 1960)

Im Rahmen der Theorie der quantisierten Felder wurden im Anschluß an grundlegende Arbeiten von Feynmann [1, 2] und Dyson [3] die Matrixelemente zu den Diagrammen (s. Abb. 1) berechnet. Während in der ersten Bornschen Näherung die durch das geladene Mesonfeld verursachte elektrodynamische Struktur des Protons wesentlich ist [4] (sie liefert bei den hier betrachteten Energien eine Korrektur von etwa 10% an die Punktprotonformel [5]), kann diese Struktur hingegen in dem

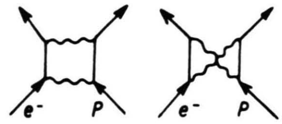

Abb. 1.

Korrekturterm der zweiten Bornschen Näherung vernachlässigt werden. Das Proton wird daher genau wie das Elektron durch ein Diracsches Spinorfeld beschrieben. Unter dieser vereinfachenden Voraussetzung läßt sich die Rechnung noch in geschlossener Form durchführen. Für den Streuquerschnitt ergibt sich

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_0 (1+\delta),$$

wobei $(\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega)_0$ der Streuquerschnitt in erster Bornscher Näherung ist. Man erhält in der Näherung $\lambda\,\eta \cos\vartheta/2 \gg 1$ für die Korrektur:

$$\delta = \frac{\alpha}{\pi P_1}\Bigg[\frac{\sqrt{a}\,P_2}{P_5^{3/2}}\,G - a\,\pi^2(1+a\,\eta) + a(P_3\,\varphi - P_4\,\varphi') + \frac{1}{2}\,a\,\eta(2+a\,\eta)\log^2\frac{a}{2(1+a\,\eta)} - \log(1+a\,\eta)\left(4\,P_1\log\lambda\,\eta + 4\log\frac{a}{1+a\,\eta} - a\,P_4\log\frac{2\,a}{(1+a\,\eta)^2}\right) + \frac{\eta^3\,a^2(2+a\,\eta)}{P_5}\log 2\,\Delta\eta + 2\,\eta^2\,a(a-1)\left(\frac{\log 2\,\eta}{1+2\,\eta} - \frac{\log 2\,\eta_2}{1-2\,\eta_2}\right)\Bigg].$$

In dieser Formel bedeutet η die kinetische Energie des einfallenden Elektrons in Einheiten der Protonruhenergie, ϑ den Streuwinkel, λ das Massenverhältnis Proton zu Elektron und α die Feinstrukturkonstante.

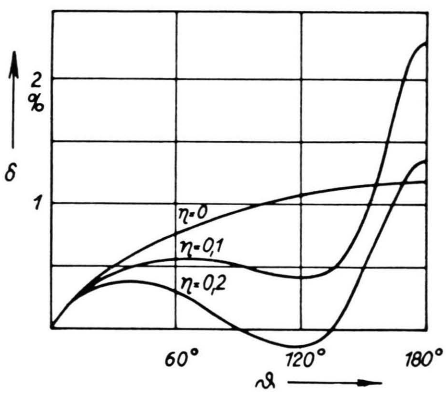

Abb. 2.

Ferner wurden folgende Abkürzungen benutzt:

$$a = 1-\cos\vartheta\,, \quad \eta_2 = \frac{\eta}{1+a\,\eta}\,, \quad \Delta\eta = \eta - \eta_2\,,$$

$$\Phi(x) = -\int_0^x \frac{\log|1-z|}{z}\,\mathrm{d}z \quad (\text{Spence-Funktion}^{\,2,\,6}),$$

$$G = \log(2\,\Delta\eta)\,\log\left(1+\frac{2\,\Delta\eta}{u}\right) + \Phi(-v) - \Phi(u) + \pi^2,$$

$$u, v = \sqrt{\Delta\eta(\Delta\eta+2)} \mp \Delta\eta\,,$$

$$\varphi = -\log(2\,\eta)\,\log(1+2\,\eta) - \Phi(-2\,\eta),$$

$$\varphi' = -\log(2\,\eta_2)\,\log|1-2\,\eta_2| - \Phi(2\,\eta_2),$$

$$P_1 = (1+a\,\eta)\,(2-a) + (a\,\eta)^2,$$

$$P_2 = 4 + a\,\eta(10+8\,\eta) + (a\,\eta)^2\,(8+12\,\eta+2\,\eta^2) + (a\,\eta)^3\,(2+4\,\eta+\eta^2),$$

$$P_3 = 1+2\,\eta + a\,\eta(1+\eta),$$

$$P_4 = 1-2\,\eta + a\,\eta(1-\eta), \qquad P_5 = 2 + a\,\eta(2+\eta)\,.$$

Das Ergebnis einer numerischen Auswertung ist im vorstehenden Diagramm dargestellt. Im Grenzfall $\eta = 0$ ergibt sich eine schon früher von McKinley und Feshbach [7] hergeleitete Formel. Die Infrarotdivergenzen wurden in der vorstehenden Formel weggelassen, da sie sich exakt mit entsprechenden Infrarotdivergenzen in der Bremsstrahlungsformel aufheben [8]. Zu der hier berechneten Korrektur der zweiten Bornschen Näherung ist noch die Schwingersche Strahlungskorrektur [9] und die Mesonkorrektur von Rosenbluth [4] zu addieren. Oberhalb etwa 200 MeV wird die Abweichung von der Punktprotonformel allerdings so groß, daß sie ihren Korrekturcharakter verliert [5]. Diese große Abweichung wird überwiegend durch die Mesonwolke in der Umgebung des Nukleons verursacht. Daher ist die hier gemachte Voraussetzung eines Dirac-Protons in diesem Energiebereich nicht mehr erfüllt, und die obige Formel verliert ihre Gültigkeit.

1 R. P. Feynman, Phys. Rev. **76**, 769 [1949].
2 L. M. Brown u. R. P. Feynman, Phys. Rev. **85**, 231 [1952].
3 F. I. Dyson, Phys. Rev. **75**, 486 u. 1736 [1949].
4 M. N. Rosenbluth, Phys. Rev. **79**, 615 [1950].
5 R. Hofstadter, F. Bumiller u. M. R. Yearian, Rev. Mod. Phys. **30**, 482 [1958].
6 K. Mitchell, Phil. Mag. **40**, 351 [1949].
7 W. A. McKinley u. H. Feshbach, Phys. Rev. **74**, 1759 [1948]. — R. H. Dalitz, Proc. Roy. Soc., Lond. A **206**, 509 [1951].
8 J. M. Jauch u. F. Rohrlich, Helv. Phys. Acta **27**, 613 [1954].
9 J. Schwinger, Phys. Rev. **76**, 790 [1949].